

Экспериментальные методы в ФВЭ

- **Взаимодействие излучения с веществом**
- **Детекторы частиц**

Введение

Виды фундаментальных взаимодействий

- гравитация
 - сильное («ядерное»)
 - электромагнитное +
 - слабое
- = электрослабое

Электромагнитное взаимодействие:

- электрические заряды
- фотон

Квантовая механика

Квантовая теория поля

Квантовая электродинамика

Релятивистская механика

Некоторые обозначения и соотношения релятивистской механики

$$\beta = v/c < 1$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \geq 1$$

$$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$$

$$E/(mc^2) = \gamma$$

$$pc/E = \beta$$

Единицы измерения и фундаментальные постоянные

$$E^2 = (m c^2)^2 + (pc)^2 \quad \rightarrow$$

$$[E] = \text{эВ}$$

$$[p] = \text{эВ}/c$$

$$[m] = \text{эВ}/c^2$$

$$\Delta p \Delta x = \hbar \quad \rightarrow$$

$$[x] = \hbar c * \text{эВ}^{-1}$$

Коэффициент преобразования

$$\hbar c = 200 \text{ МэВ} * \Phi_{\text{м}} \quad (1 \Phi_{\text{м}} = 10^{-13} \text{ см})$$

$$c = 1 \quad \rightarrow \quad E_0 = m$$

$$\hbar = 1 \quad \rightarrow \quad E_{\gamma} = \omega = 2\pi / \lambda \rightarrow (400 \text{ нм})^{-1} = 3.14 \text{ эВ}$$

$$k = 8.6 * 10^{-5} \text{ эВ}/\text{К} \rightarrow kT(300 \text{ К}) = 26 * 10^{-3} \text{ эВ}$$

Единицы измерения и фундаментальные постоянные

Постоянная взаимодействия $\alpha = e^2/(\hbar c) = 1/137...$

Классический радиус электрона

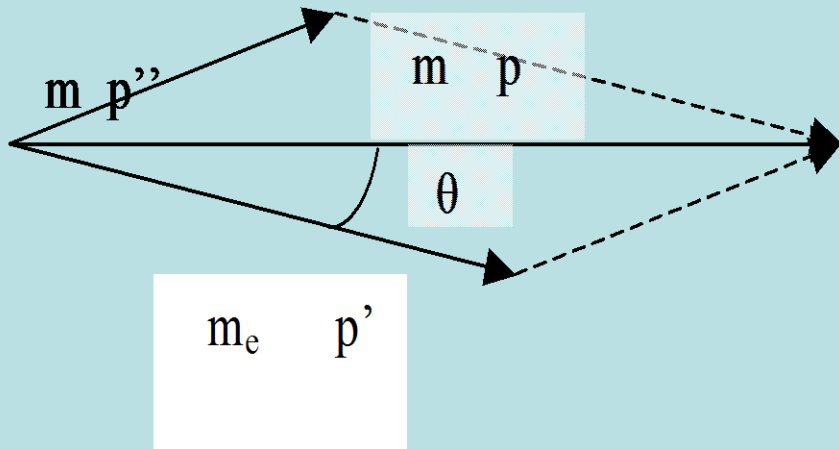
$$\begin{aligned} r_e &= e^2 / (m_e c^2) = \alpha * (\hbar c) / (m_e c^2) \\ &= 1/137 * 200 \text{ МэВ} * \text{Фм} / 0.511 \text{ МэВ} = 2.8 \text{ Фм} \\ &\quad (\text{радиус нуклона} \sim 1 \text{ Фм}) \end{aligned}$$

Радиус Бора

$$a_B = (\hbar c)^2 / (m_e c^2 e^2) = r_e / \alpha^2 = 53 * 10^{-10} \text{ см}$$

Столкновение тяжёлой частицы со свободным электроном

1. Задача: найти максимальную кинетическую энергию (отдачи) электрона T в столкновении с частицей массой m и импульсом p



2. Рассмотреть решение в 2-х предельных случаях:

При $m \ll p \ll m^2/m_e$

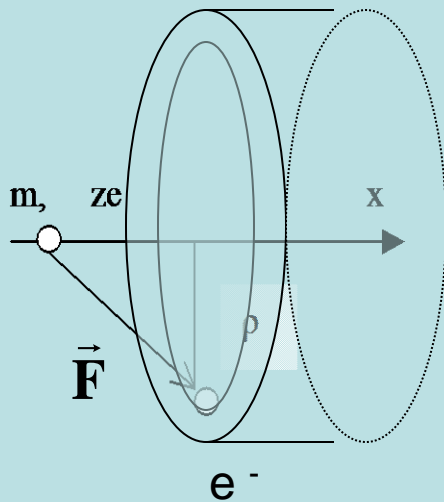
При $p \gg m^2/m_e$

(соответствует $p \gg 40$ ГэВ для $m = m_{\pi} = 140$ МэВ)

Ионизационные потери энергии

- Кулоновское взаимодействие заряженной частицы с электронами (и ядрами*) в-ва
- Ионизация и возбуждение

Ионизационные потери энергии. Простая модель



Поперечный переданный электрону импульс для силы

$$F_{\perp} = \frac{ze^2 b}{(x^2 + b^2)^{3/2}}$$

$$\Delta p_{\perp} = \int F_{\perp} dt = \frac{2ze^2}{bv}$$

используем $\int \frac{dx}{(x^2 + b^2)^{3/2}} = \frac{x}{b^2 \sqrt{x^2 + b^2}} \rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} f dx = \frac{2}{b^2}$

Энергия (нерелятив. случай)

$$\Delta T = \frac{\Delta p_{\perp}^2}{2m_e} = \frac{2z^2 e^4}{m_e v^2} \cdot \frac{1}{b^2}$$

Передача энергии электронам, содержащимся с плотностью n_e в кольцевом слое $(b, b+db) \cdot dx$

объёмом $dV = 2\pi b db dx$

$$d^2 T = \Delta T dV n_e = \frac{4\pi n_e z^2 e^4}{m_e v^2} \cdot \frac{db}{b} dx$$

Полная потеря

$$\frac{dE}{dx} = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} \frac{d^2 T}{dx} (b) db = \frac{4\pi n_e z^2 e^4}{m_e v^2} \ln \frac{b_{\max}}{b_{\min}} = \frac{2\pi n_e z^2 e^4}{m_e v^2} \ln \frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}}$$

Ионизационные потери энергии. Формула Бете – Блоха

$$\frac{dE}{\rho dx} = \frac{z^2}{\beta^2} \frac{Z}{A} K \left[\ln \frac{2m_e \gamma^2 \beta^2}{I} - \beta^2 - \frac{\delta}{2} \right]$$

$$K / A = \frac{4\pi e^4 N_A}{m_e A} = 4\pi r_e^2 m_e N_A / A = 0.3 \text{ МэВ} \cdot \text{см}^2 / \text{г} \quad (A = 1 \text{ г} / \text{моль})$$

Здесь N_A – число Авогадро,

Z и A – атомный номер и массовое число вещества,

I – его (средний) потенциал ионизации,

z – заряд (в единицах e) ионизирующей частицы,

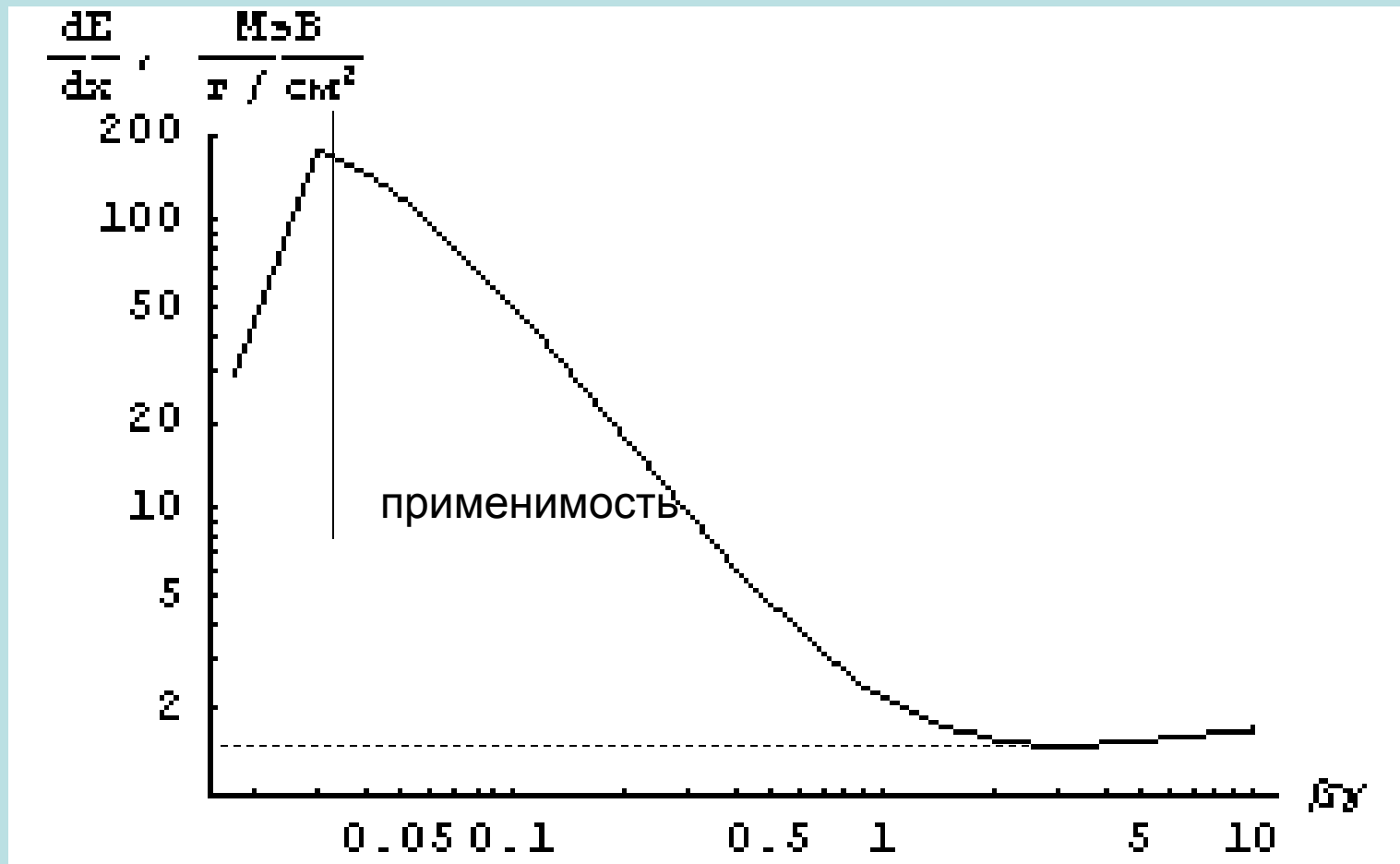
β – скорость

e, r_e и m_e – заряд, классический радиус и масса электрона.

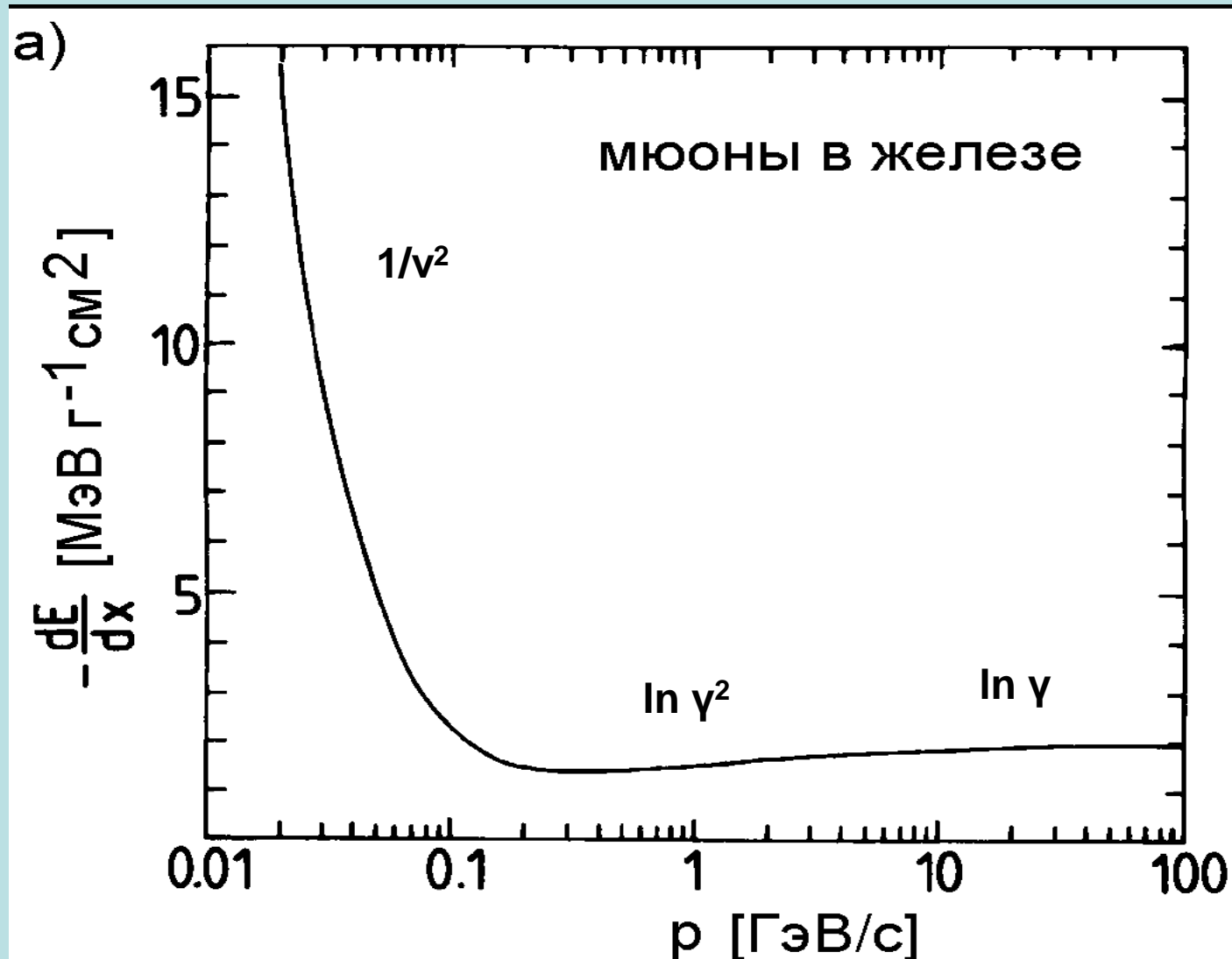
N.B.

- $m \gg m_e$
- нет тождественности
- нет учёта спина

Кривая dE/dx как ф-ия $\beta\gamma$



Ионизационные потери мюона в железе



Ионизационные потери. Эффект плотности среды

2 фактора роста потерь с γ в квантово-механическом подходе (ф-ла Бете-Блоха как Борновское приближение задачи рассеяния):

- рост T_{\max}
- Лоренцево «сжатие» продольной компоненты поля \rightarrow рост вклада «дальних» столкновений

Компенсирующий фактор - поляризация среды (ω_p - плазменная частота в данном в.-ве). Фактор «плотности среды» в ф.-ле ББ:

$$\delta = 2 \ln \frac{\hbar \omega_p \gamma}{I} + \text{const}$$

$$\hbar \omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_e}} = 29 \sqrt{\rho \frac{Z}{A}} \text{ эВ} \quad ([\rho] = \text{г} / \text{см}^3)$$

приводит к замедлению ($\ln \gamma^2 \rightarrow \ln \gamma$) релятивистского роста потерь в области $\gamma > \gamma_p = I / \omega_p$

Первичная и вторичная ионизация.

δ - электроны

- 2 стадии ионизации: прямая (первичная) + энергичные (δ) электроны (вторичная) ($I \ll T \ll T_{\max}$)

- Энергетический спектр δ – электронов:

$$T(\rho) \propto 1/\rho^2$$

$$dN_{\delta}(T) \propto dV(\rho) \propto \rho d\rho \propto d(\rho^2) \propto d(1/T) \propto 1/T^2$$

$$\frac{d^2 N_{\delta}}{dT \rho dx} = \frac{1}{2} K \frac{Z}{A} \frac{z^2}{\beta^2} \frac{1}{T^2} \approx \frac{0.077}{T^2} \frac{\text{МэВ}}{\text{г/см}^2}$$

- угол вылета δ – электронов относительно импульса частицы:

$$\cos^2 \theta \approx \frac{T}{T_{\max}} \Rightarrow \theta \approx \frac{\pi}{2}$$

(нерелятив. случай;
Kobetich, Katz. Phys.Rev. **170**, 391 (1968))

$$\cos^2 \theta \approx \frac{T(m_e + \sqrt{p^2 + m^2})^2}{(T + 2m_e)p^2} \xrightarrow{p \gg m, m_e} \frac{T}{T + 2m_e} \xrightarrow{T \ll m_e} \frac{T}{2m_e} \ll 1 \Rightarrow \theta \approx \frac{\pi}{2}$$

Ограниченные ионизационные потери.

Если для регистрации доступны однократные ограниченные потери с $T < T_{\text{cut}}$:

замена $T_{\text{max}}(\gamma) \rightarrow T_{\text{cut}} = \text{const}$, т.е. уменьшение релятивистского роста в dE/dx

С учетом фактора плотности потери dE/dx выходят на плато Ферми: $dE/dx(\gamma) = \text{const}$

Возможны также дважды ограниченные потери: $T < T < T_{\text{cut}}$

Флуктуации ионизационных потерь.

- Ф-ла ББ – для средних потерь
- Каков разброс вокруг среднего?

Для единичного столкновения

$$W(T) = \frac{1}{N} \frac{dN}{dT} = \frac{C}{T^2}$$

$$\langle T \rangle = \frac{\int_{T_{\min}}^{T_{\max}} TW(T) dT}{\int_{T_{\min}}^{T_{\max}} W(T) dT} = \frac{T_{\max} T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}} \ln \frac{T_{\max}}{T_{\min}} \approx T_{\min} \ln \frac{T_{\max}}{T_{\min}}$$

$$\langle T^2 \rangle = \frac{\int_{T_{\min}}^{T_{\max}} T^2 W(T) dT}{\int_{T_{\min}}^{T_{\max}} W(T) dT} \approx T_{\max} T_{\min}$$

$$\sigma_T^2 \equiv \langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2 \approx T_{\max} T_{\min}$$

Флуктуации ионизационных потерь.

Для «толстого» слоя в.-ва, но с $\Delta E \ll E$ («много» независимых столкновений)

$$\langle \Delta E \rangle = N \langle T \rangle$$

$$\sigma_E^2 = N \sigma_T^2$$

$$\frac{\sigma_E}{\langle \Delta E \rangle} = \sqrt{\frac{T_{\max}}{\langle \Delta E \rangle} \frac{1}{\ln \frac{T_{\max}}{T_{\min}}}}$$

Простой (нетипичный, низкоэнергичный) случай: $T_{\max} \ll \Delta E$

- очень много столкновений
- «работает» ЦПТ \rightarrow Гауссово распределение

- $$\frac{\sigma_E}{\langle \Delta E \rangle} \propto \frac{1}{\sqrt{\rho x}}$$

Распределение Ландау

Сложный случай $T_{\max} \gg \Delta E$ (высокая энергия, тонкий слой в-ва)

- ΔE - из малого числа столкновений (~ 1)
- $W(T)$ – «плохое» (σ_T велико)
- ЦПТ не работает

Распределение Ландау ионизационных потерь ΔE в слое ρx :

$$W(\rho x, \Delta E) d(\Delta E) = \xi^{-1} \phi(\lambda) d(\Delta E)$$

где $\xi = \frac{K}{2} \frac{z^2}{\beta^2} \frac{Z}{A} \rho x \approx 0.077 \rho x \text{ МэВ}$ ($z = \beta = 1$, $Z/A = 1/2$, $[\rho x] = \text{г/см}^2$) - мера толщины в-ва (и средних потерь).

$$\phi(\lambda) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\alpha+\sigma}^{i\alpha+\sigma} \exp(u \ln u + \lambda u) du$$

$\lambda = \frac{\Delta E - \Delta E_0}{\xi}$ - нормированное отклонение от наиболее вероятных потерь

$$\Delta E_0 = \xi \left[\ln \left(\frac{2m_e \beta^2 \gamma^2}{I^2} \xi \right) - \beta^2 + 0.423 \right]$$

Среднее число столкновений $\langle N \rangle = x \, dN/dx \sim 10 \xi / I$

Применимость распредел. Ландау $100 I \ll \xi < 10 T_{\max}$

Распределение Ландау

$$\Delta E_0 \propto \rho x \ln \rho x$$

$$\langle \Delta E \rangle \propto \rho x$$

$$\text{FWHM} \approx 4\xi$$

$$\frac{\text{FWHM}}{\langle \Delta E \rangle} \approx 0.20$$

FWHM – full width at half maximum

(Ширина на полувысоте)

