МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский физико-технический институт (государственный университет)»
МФТИ (ГУ)
Кафедра «Физика высоких энергий»

“«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор по учебной и методической работе

____________________ Д.А.Зубцов

«___» ____________ 201 г.

РАБОЧАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

по дисциплине: Теория представлений
по направлению: 03.03.01 – Прикладные математика и физика
Магистерская программа «Физика высоких энергий»
факультет: ОПФ
кафедра: Физика высоких энергий
курс: 1 (магистратура)
семестры: 1 экзамены: 1 семестр
Трудоёмкость в зач. ед.: вариативная – 3 зач. ед.
в т.ч.:
лекции: 30 ч
практические (семинарские) занятия: 30 ч
лабораторные занятия: нет
мастер классы, индивид. и групповые консультации: нет
самостоятельная работа: 15 часов
курсовые работы: нет
подготовка и сдача экзаменов: 30
ВСЕГО ЧАСОВ 105
Программу составил: к. ф.-м. н. В.В. Кабаченко
Программа обсуждена на заседании кафедры

Физики высоких энергий ФОПФ МФТИ “13” июля 2015 г.

Согласовано:

Заведующий кафедрой А.М. Зайцев

Декан ФОПФ М.Р. Трунин

Начальник учебного управления

Аннотация

Основной задачей этого курса является ознакомление студентов с современными теоретико-групповыми методами, широко применяемыми в физике фундаментальных взаимодействий. В первой части курса разобраны математические аспекты групп Ли, во второй части курса обсуждаются примеры использования групповых метолов в физике фундаментальных взаимодействий.

Курс рассчитан на студентов, специализирующихся в физике высоких энергий. Для усвоения курса студенты должны быть знакомы с квантовой электродинамикой, КХД и стандартной моделью.

Часть I

1. Базовые элементы абстрактной теории групп.

1.1 Определения: группы, подгруппы, смежные классы, фактор-пространство, инвариантные подгруппы, фактор-группа, центр, прямое произведение групп, полу-прямое произведение групп и т. д. Примеры.

1.2 Отображения групп: гомоморфизм, изоморфизм, автоморфизм (внутренний и внешний), Ker, Im, точные последовательности. Основная теорема о гомоморфизме.

1.3 Группы преобразований. Транзитивность, однородное пространство, орбита, стационарная подгруппа.

2. Группы и алгебры Ли.

2.1 Многообразия. Определения групп Ли и алгебр Ли. Компактные и некомпактные группы Ли. Простые и полупростые алгебры Ли. Связные компоненты группы Ли. Универсальная накрывающая. Инвариантная мера и интегрирование на группе.

2.2 Матричные группы Ли. Инвариантные билинейные формы и классические группы Ли, классификация и примеры.

2.3 Матричные алгебры Ли. Коммутационные соотношения и структурные константы. Однопараметрические подргуппы. Экспоненцирование группы. Координаты на группе 1-го и 2-го рода. Формула Кэмпбелла-Бейкера-Хаусдорфа.

3. Линейные представления групп и алгебр Ли.

3.1 Определения представлений групп и алгебр Ли. Присоединенное представления. Эквивалентные представления. Приводимые и неприводимые представления. Прямое произведение и прямая сумма представлений. Леммы Шура.

3.2 Унитарные представления. Унитарность конечномерных представлений компактных групп.

3.3 Комплексные и вещественные представления.

3.4 Фундаментальные представление. Тензорный метод построения представлений высшей размерности. Примеры: неприводимые представления групп SU(2) и SU(3). Группа перестановок и диаграммы Юнга.

3.5 Подалгебра Картана. Корни и веса. Метод старшего веса построения неприводимых представлений на примере алгебры su(2). Весовые диаграммы неприводимых представлений алгебры su(3).

4. Простые алгебры Ли и их классификация.

4.1 Корни, система корней, положительные и простые корни.
4.2 Диаграммы Дынкина. Четыре бесконечные серии и пять исключительных алгебр.
4.3 Действительные формы простых комплексных алгебр. Эквивалентность среди действительных форм простых алгебр низших размерностей.

Часть II

1. Некоторые некомпактные группы и их представления.
1.1 Группа Лоренца, ее свойства. Универсальная накрывающая группа SL(2,C). Конечномерные представления SL(2,C).
1.2 Группа Пуанкаре и ее операторы Казимира.
1.3 Унитарные представления и квантовая механика. Унитарные представления группы Пуанкаре. Метод индуцированных представлений и малая группа Вигнера. Массивные и безмассовые представления и элементарные частицы.
1.4 Квантовые поля, как унитарные представления группы Пуанкаре.
1.4 Безмассовые векторные поля и калибровочная инвариантность.
1.5 Безмассовые представления группы Пуанкаре с "непрерывным спином".

2. Сжатие групп Инону-Вигнера. Интересные примеры.

3. Нелинейные представления групп.
3.1 Фактор-пространство и Голдстоуновские бозоны. Каноническая форма нелинейых представлений.
3.2 1-форма Мауэра-Картана и дифференциальные инварианты. Эффективные Лагранжианы и динамика Голдстоуновских бозонов.

4. Элементы теории гомотопий.

4.1 Гомотопия отображений. Фундаментальная группа. Гомотопические группы высших порядков.

4.2 Гомотопические группы сфер, тора и некоторых групп Ли.

4.3 Топологически стабильные конфигурации полей: скирмионы, монополи, инстантоны.

5. Симметрии в квантовой теории и аномалии.

5.1 Эффективное действие.

5.2 Киральная аномалия. Метод Фуджикавы-Вергелеса вычисления аномалии.

5.3 Конформная аномалия и ренормгруппа.

Литература

1. В.Д. Ляховский и А.А. Болохов, "Группы симметрии и элементарные частицы", изд.2-е, УРСС, 2002.

2. Ф. Гюрши, "Введение в теорию групп", в сб. "Теория групп и элементарные частицы" под ред. Д. Иваненко; М.: "Мир", 1967.

3. Robert Gilmore, "Lie Groups, Physics and Geometry", Cambridge University Press, 2008.

4. E.P. Wigner, "On unitary representations of the inhomogeneous Lorentz group", Ann. of Mathematics 40, 1939, p. 149.

5. S. Coleman, J. Wess and B. Zumino, "Structure of Phenomenological Lagrangians I", Phys. Rev. 177, 1969, p. 2239.
C.G. Callan, S. Coleman, J. Wess and B. Zumino, "Structure of Phenomenological Lagrangians II", ibid, p.2247.

6. С. Вайнберг, "Квантовая теория поля", тт.1,2, М.: Физматлит, 2003.

7. В.А. Рубаков, "Классические калибровочные поля. Бозонные теории", Изд. УРСС, 2005.

8. Mikio Nakahara, "Geometry, Topology and Physics", IoP, London, 2003.